第7章　三平方の定理①（三平方の定理とは）

目標　斜めの長さを求める方法を理解し、求めることができる

～長さに関する基本事項の確認～

□　線分 AB の長さ　とは、直線に沿って測った……のこと。

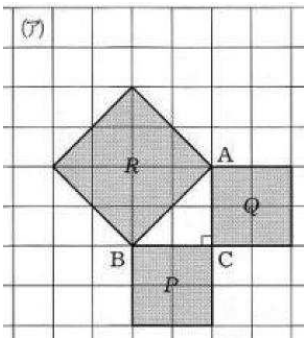
□　長さを求める方法は、①定規で実際に測る（小学校）
②方眼紙上で、マス目、目盛りを数える（関数）
③比を用いて求める（相似、合同で２つ以上の図形がある場合）

→　今までの学習では、１つの図形の縦、横の長さを求めることができました。
今回の学習では、１つの図形で<u>斜めの長さを求めることを目標</u>とします。

【課題】

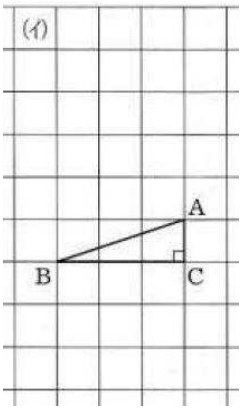
図（ア）は、直角三角形 ABC の３辺を、それぞれ１辺とする正方形を１目盛りを１ｃｍとする方眼にかいたものです。

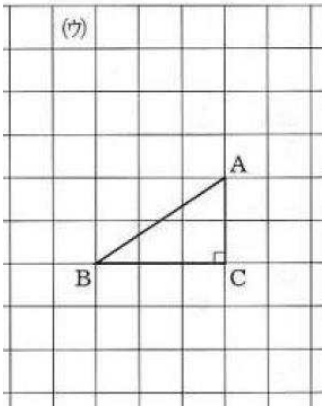
イ、ウも同様に P、Q、R の正方形をかき、面積を調べ、P,Q,R の関係を見つけましょう。



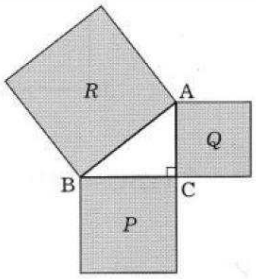
■　表の作成

	P	Q	R
（ア）			
（イ）			
（ウ）			





■　表を見て、気づいたこと



ま　と　め

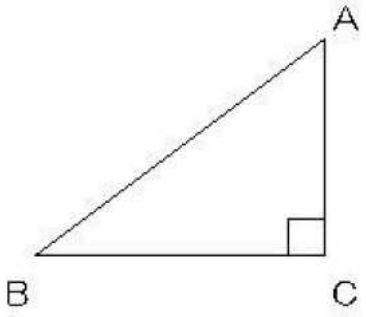
■　三平方の定理　について　■

直角三角形の直角をはさむ２辺の長さを

.....と.....、斜辺の長さを.....と

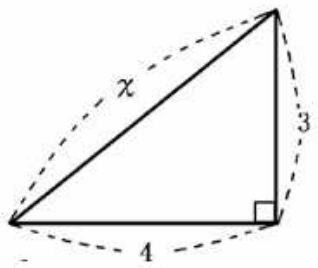
すると、次の関係が成り立つ。

.....

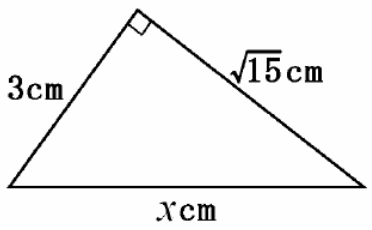


～目標達成問題～　ｘの長さを求めなさい。

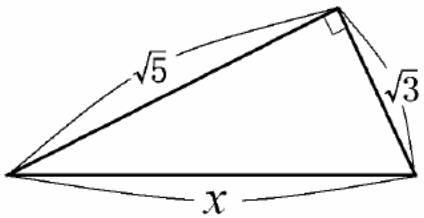
（１）



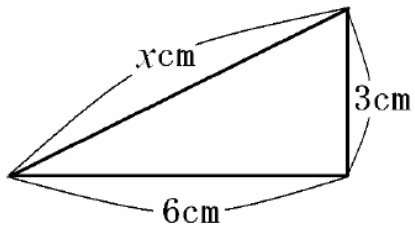
（２）



（３）



（４）



～定理の追究～　３辺の長さがすべて整数になる直角三角形は他にどんなものがあるだろう。

第7章　三平方の定理②（２点間の距離）

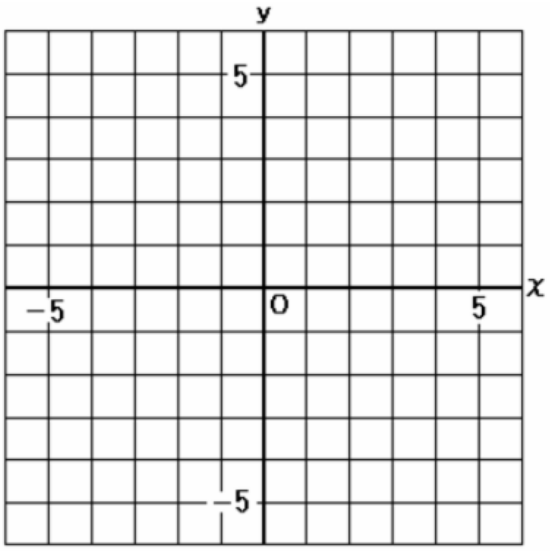
目標　２点間の距離を求め、直角三角形になるかを判断できる

【課題】

座標平面上の３点　Ａ（１，４）、Ｂ（－１，１）、Ｃ（２，－１）
を頂点とする△ABC をグラフ用紙にかき、以下の問いに答えなさい。

（１）２点間の距離 AB、BC、CA をそれぞれ求めなさい。

（２）△ABC が直角三角形になることを三平方の定理を用いて説明しなさい。



～発展問題～　グラフをかかずに、次の２点間の距離を求めなさい。

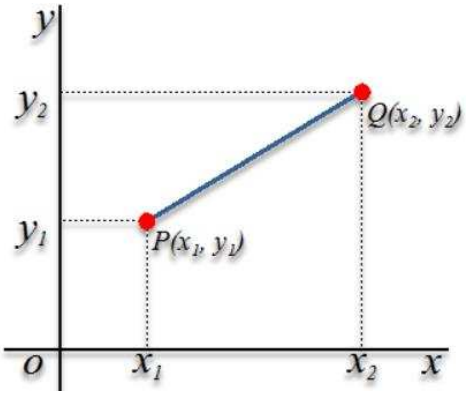
（１）Ａ（－２，３）、Ｂ（１，５）　　（２）Ａ（４，４）Ｂ（１，２）

ま　と　め

■　２点間の距離　について　■

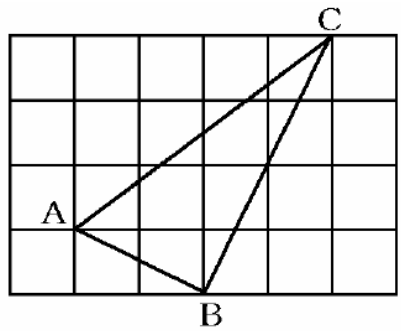
２点を結ぶ線分を……とし、座標軸に……な２つの辺をもつ……をつくり、……を利用する。

◎PQ の長さを求める式



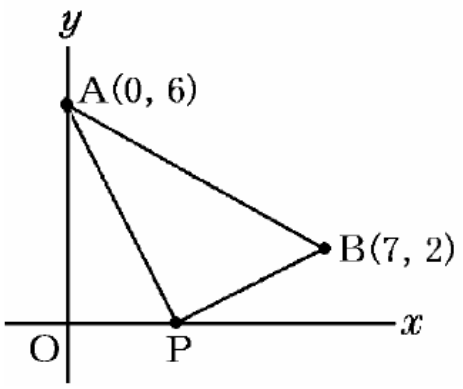
～目標達成問題～

次の△ABC は直角三角形であるか判断しなさい。



～発展問題～

右の図のように、ｘ軸上の点Ｐと２点Ａ（０，６）Ｂ（７，２）を結んで△ABP をつくる。このとき、△ABP が∠APB＝９０°の直角三角形となるような天Ｐのｘ座標をすべて求めなさい。
ただし、点Ｐのｘ座標は正とする。（三重県）



第7章　三平方の定理③（特殊な直角三角形の３辺の比）

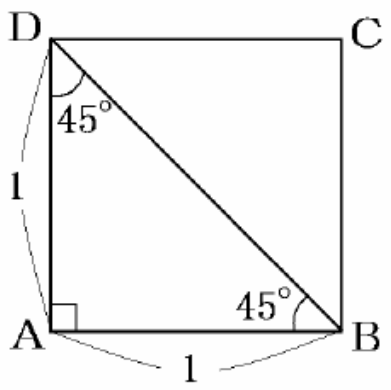
目標　特殊な直角三角形の３辺の比を利用して、長さを求めることができる

【課題】 １辺が１の長さの正方形と１辺が２の長さの正三角形を半分にすると直角三角形がつくられる。問いに答えなさい。

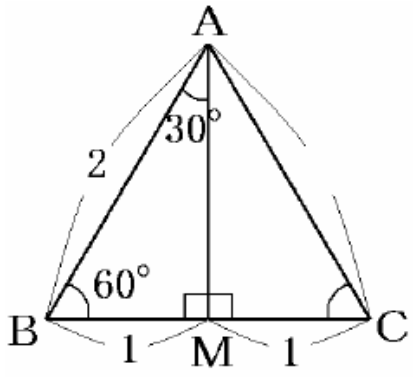
（１）正方形 ABCD で、対角線 DB の長さを求めなさい。

（２）正三角形 ABC で垂線 AM の長さを求めなさい。

（１）

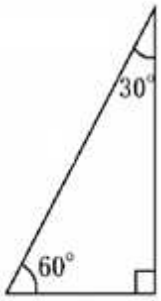


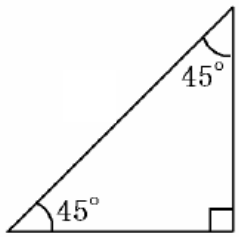
（２）



ま　と　め　　■　特殊な直角三角形の辺の比　■

①30°、60°、90°の直角三角形　　②45°、45°、90°の直角三角形

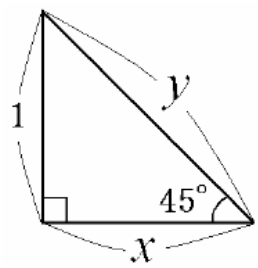




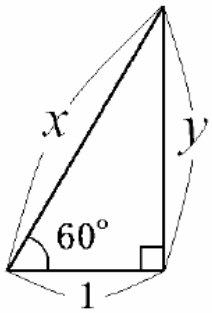
～目標達成問題～

（１）次のｘ、ｙの長さを求めなさい。

①

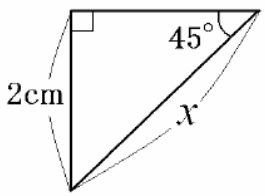


②

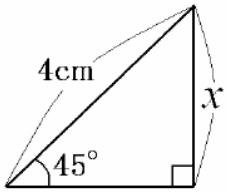


（２）次のｘ、ｙの長さを求めなさい。

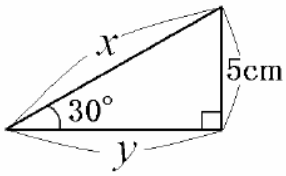
(1)



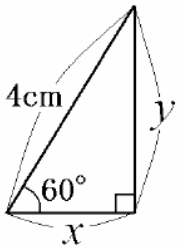
(2)



(3)

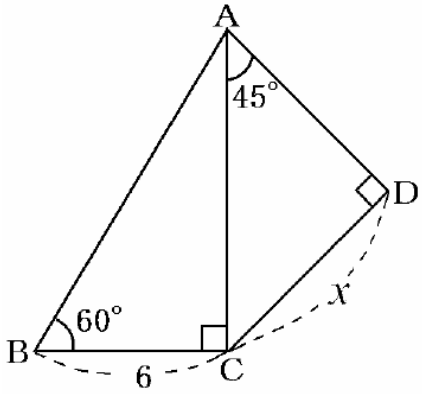


(4)

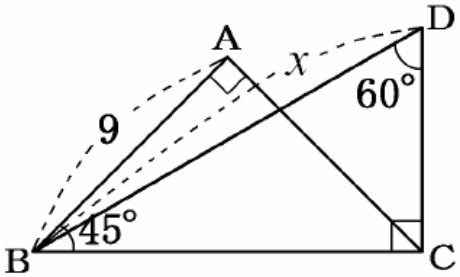


～発展問題～　次のｘの長さを求めなさい。

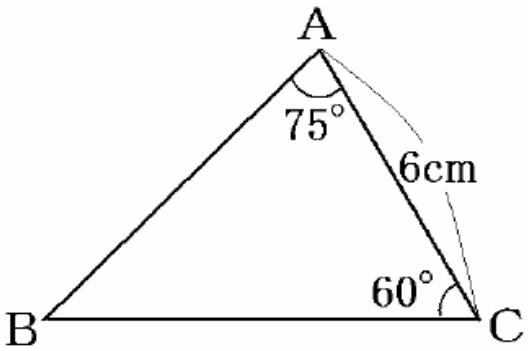
（１）



（２）



（３）　AB と BC の長さを求めなさい。【　学び：補助線の使い方　】

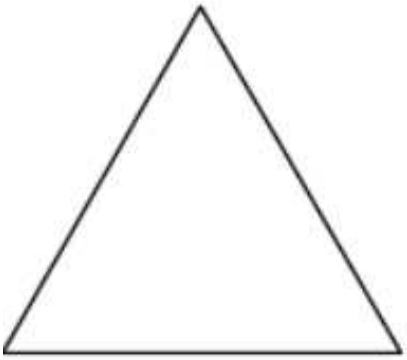


第7章　三平方の定理④（面積）

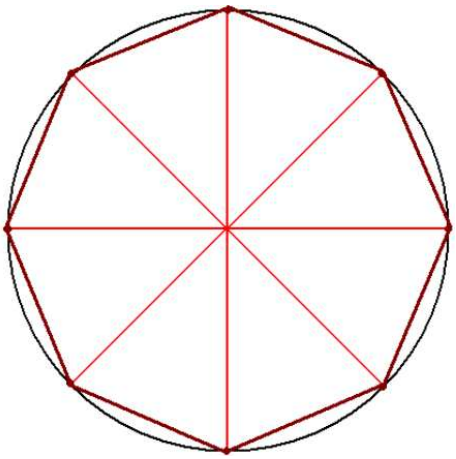
目標　特殊な直角三角形とその高さに着目して、面積を求めることができる

【課題】　次の図形（１）正三角形　（２）正八角形　の面積を求めなさい。

（１）

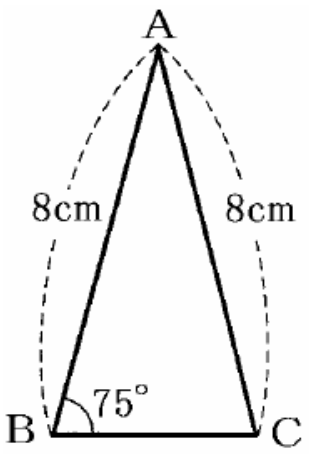


（２）

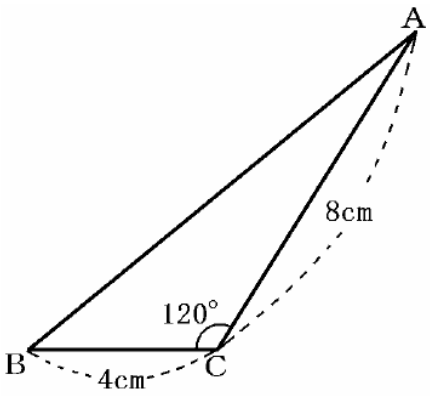


～目標達成問題～　次の図形の面積を求めなさい。

（1）

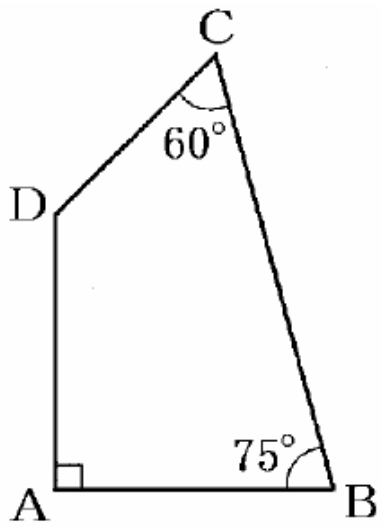


（2）

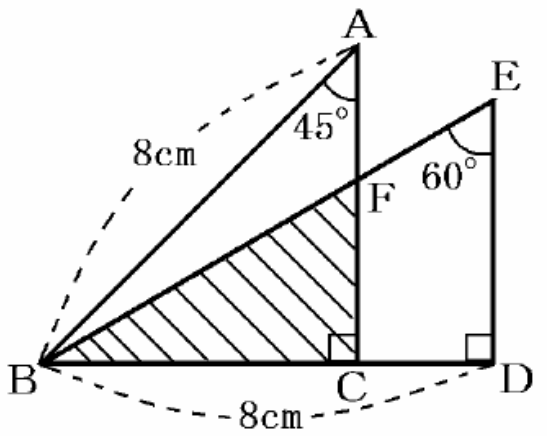


～発展問題～　次の図形の面積を求めなさい。

（１）AB＝AD＝６ｃｍのとき四角形 ABCD の面積を求めなさい。



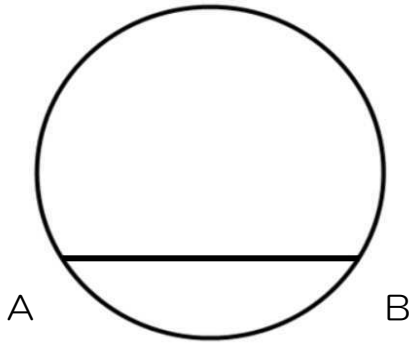
（２）右の図のように、１組の三角定規を重ねたとき、重なり合う部分（斜線部）の面積を求めなさい。



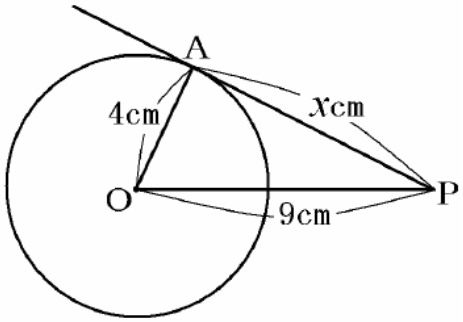
第7章　三平方の定理⑤（円の弦、接線の長さ）

目標　接線、半径の長さ・関係に注目して長さを求めることができる。

【課題１】　半径１０ｃｍの円の中心から６ｃｍの距離にある弦 AB の長さを求めなさい。



【課題２】点Ｐから円Ｏに接線をひき、接点をＡとする。線分 AP の長さを求めなさい。

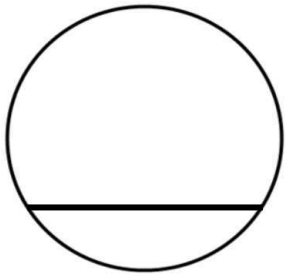


ま　と　め

■　円の弦、接線の長さ　について

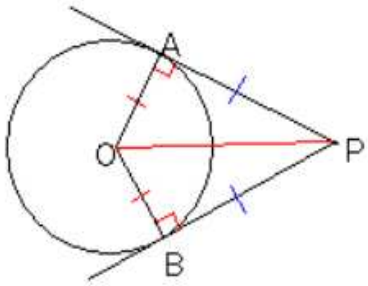
①円の弦について

弦と半径、円の中心から弦に下ろす垂線により、
直角三角形をつくり、三平方の定理を利用して
弦の長さを求める。



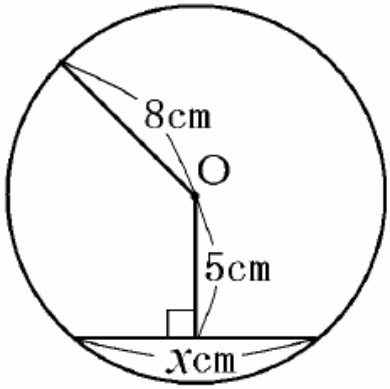
②接線の長さについて

接線と半径は、垂直に交わるので、中心と、
外部の点を結んだ直線と、垂線と半径により、
直角三角形をつくり、三平方の定理を利用して
接線の長さを求める。

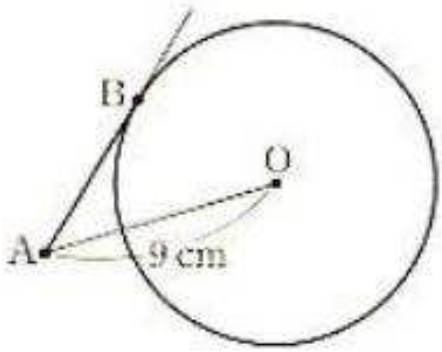


～目標達成問題～

（１）弦の長さｘを求めなさい。

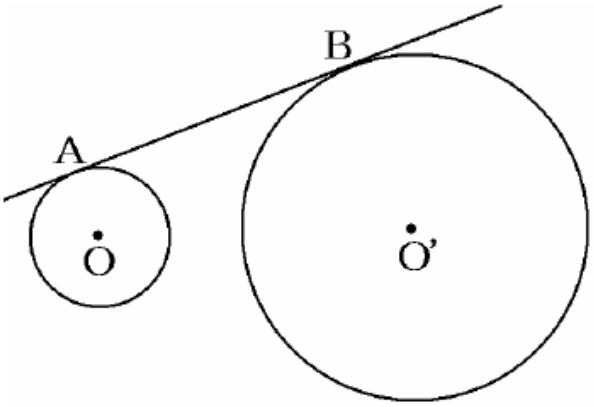


（２）円の半径を６ｃｍとする。接線 AB の長さを求めなさい。



～発展問題（共通接線）～

半径３ｃｍの円Ｏと、半径８ｃｍの円 O'があります。OO'間の距離は１３ｃｍである。図のように共通接線をひき、接点を A,B とするとき、線分 AB の長さを求めなさい。



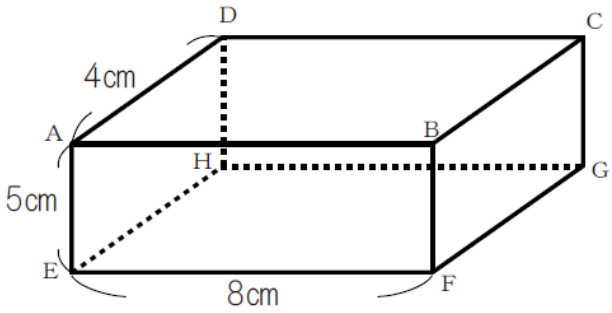
第7章　三平方の定理⑥（空間：対角線、最短距離、高さ）

目標　三平方の定理を利用していろいろな線分の長さを求めることができる

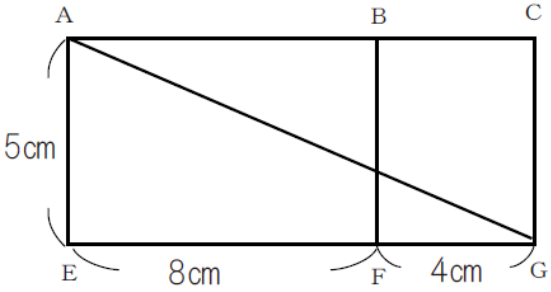
【課題１】 次の直方体について、以下の問いに答えなさい。

（１）線分 EG の長さ　　（２）線分 EC（対角線）の長さ

（３）A から辺 BF 上を通って G へ至る最短距離



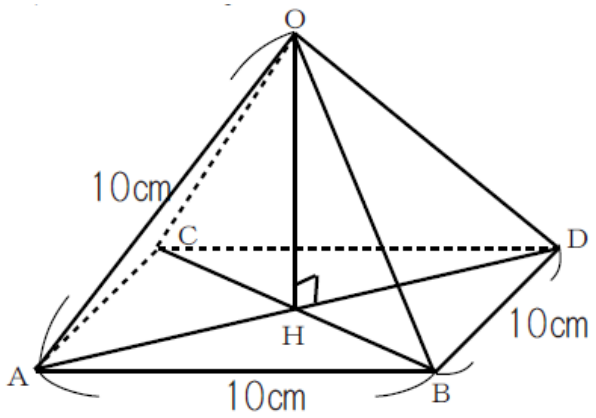
（３）ヒント



【課題２】 次の正四角錐 OABCD について、以下の問いに答えなさい。

（１）線分 AH を求めなさい。　（２）高さ OH を求めなさい。

（３）体積を求めなさい。



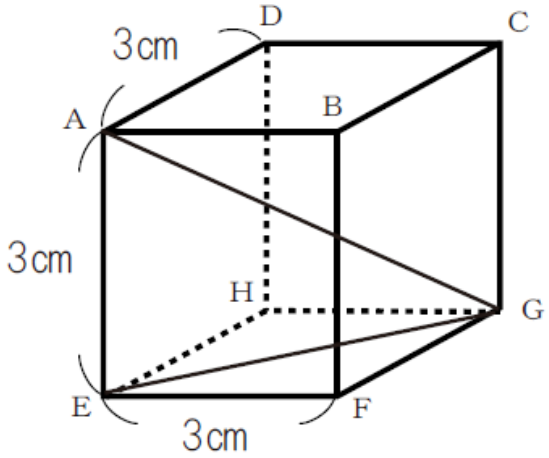
～目標達成問題～

（1）

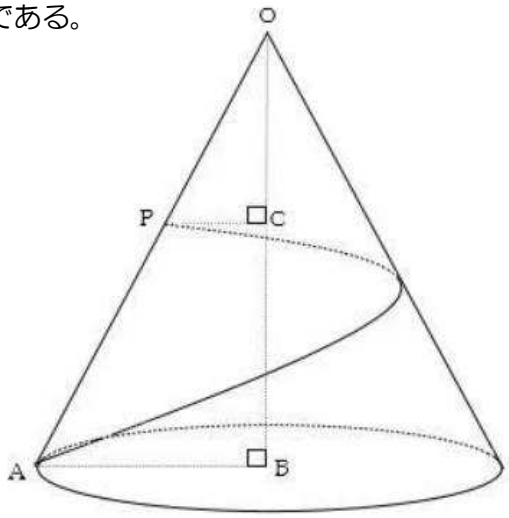
①線分 EG の長さを求めなさい。

②対角線 AG の長さを求めなさい。

③A から辺 DH 上を通って G へ至る最短距離を求めなさい。



（２）図のように、底面の半径が５ｃｍの円錐がある。
母線 OA 上に P をとり、OP の長さが１２ｃｍで、
P から OB 上に下ろした垂線 PC の長さが２ｃｍである。
次の問いに答えなさい。



①OC の長さを求めなさい。

②AP の長さを求めなさい。

③円錐の表面積を求めなさい。

④A から側面上に回って P までいく
最短距離を求めなさい。

第7章　三平方の定理①（基本のまとめ）

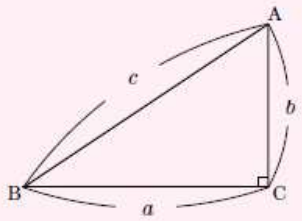
■　三平方の定理について

1 三平方の定理（ピタゴラスの定理）

直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a，b とし，斜辺の長さを c とすると

$$a^2+b^2=c^2$$

が成り立つ。これを三平方の定理（ピタゴラスの定理）という。



2 直角三角形の辺の長さ

直角三角形の 2 辺の長さがわかれば，残りの辺の長さは，三平方の定理を利用して求めることができる。直角をはさむ 2 辺の長さを a，b とし，斜辺の長さを c とすると

・a，b が与えられたとき　　$c=\sqrt{a^2+b^2}$

・b，c が与えられたとき　　$a=\sqrt{c^2-b^2}$

3 三平方の定理の逆

三角形の 3 辺の長さ a，b，c の間に

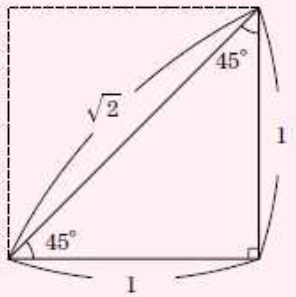
$$a^2+b^2=c^2$$

の関係が成り立つとき，この三角形は長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。

■　よく問われる特別な直角三角形の比について

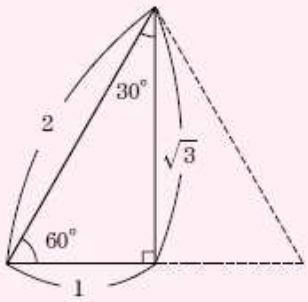
1 特別な直角三角形

① 直角二等辺三角形



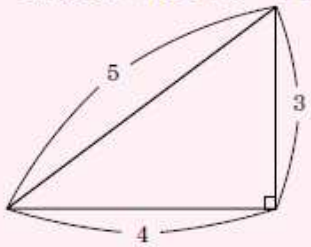
$1:1:\sqrt{2}$

② 30°，60°，90°の直角三角形

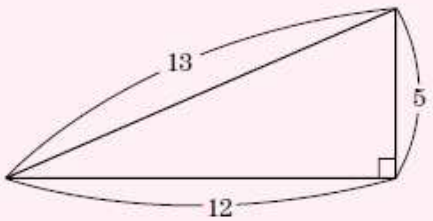


$1:\sqrt{3}:2$

③ 整数比の辺をもつ直角三角形



$3:4:5$



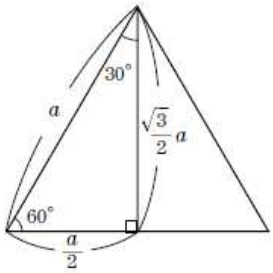
$5:12:13$

◇　正三角形の面積について

②の30°，60°，90°の角をもつ直角三角形は，正三角形を１つの中線で切り分けたときにできる図形です。したがって，１辺の長さがaの正三角形の高さは$\frac{\sqrt{3}}{2}a$であることがこの辺の比からわかるので，その面積は

$$\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ より } \quad \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

で表されます。



※公式は、自分で作れるようにしておけば覚える必要がありません。
　何度も使っていると自然と覚えてしまうものです。

■　いろいろな線分の長さ

1 長方形の対角線の長さ

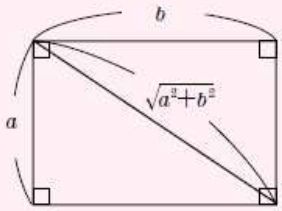
縦の長さがa，横の長さがbの長方形の対角線の長さは

$$\sqrt{a^2+b^2}$$

で求められる。とくに，１辺の長さがaの正方形の対角線の長さは

$$\sqrt{2}\,a$$

である。

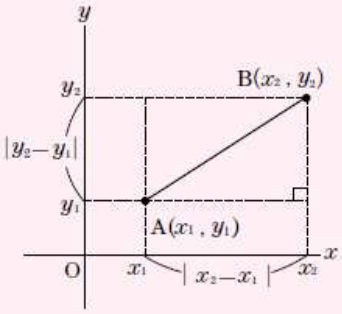


2 座標平面上の２点間の距離

座標平面上の２点A$(x_1,\ y_1)$，B$(x_2,\ y_2)$を結ぶ線分ABの長さは

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

で求められる。



～おわりに～

　思考力を要する問題（発展問題）は、基本の組み合わせで解ける問題と、見方や考え方を知っておくと、格段と解きやすい問題と２段階に分かれます。いろいろな解き方を知ることが自分の武器となります。余裕があるときは、仲間や先生の考え方を聞いたり、難問に挑戦してみると良いです。

　例えば、数学の学習のＣ問題を１年生の物から解き直すのも良いでしょう。受験は、いくつかの能力が問われます。正確性、瞬発力、思考力　です。素早く解く練習は、「速く正確に」を意識すると良いでしょう。考えて解く練習は、じっくり考える時間を設けて、１問に没頭することが大事です。

　文章題で、読み解く力をつけたいなら、式まで書いて、答え合わせ！という勉強方法もあります。残り時間は全受験生に平等にあります。目的を明確にして力をつけていきましょう。

数学は、人生で目標を決めたとき　どう歩むかを決める自己ﾌﾟﾛﾃﾞｭｰｽ能力を磨く教科

第7章　三平方の定理①（三平方の定理とは）

目標　斜めの長さを求める方法を理解し、求めることができる

～長さに関する基本事項の確認～

□　線分 AB の長さ　とは、直線に沿って測った 2点間の距離 のこと。

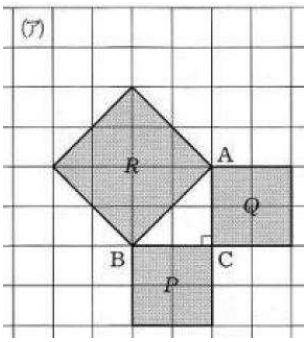
□　長さを求める方法は、①定規で実際に測る（小学校）
②方眼紙上で、マス目、目盛りを数える（関数）
③比を用いて求める（相似、合同で２つ以上の図形がある場合）

→　今までの学習では、１つの図形の縦、横の長さを求めることができました。
今回の学習では、１つの図形で**斜めの長さを求めることを目標**とします。

【課題】

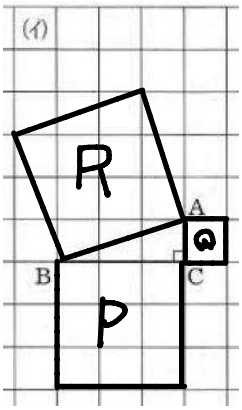
図（ア）は、直角三角形 ABC の３辺を、それぞれ１辺とする正方形を１目盛りを１ｃｍとする方眼にかいたものです。

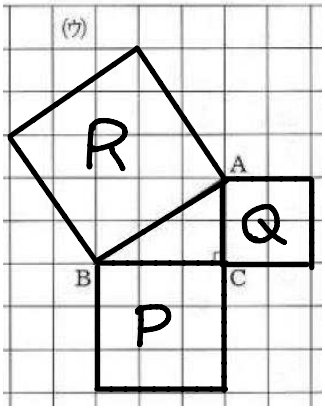
イ、ウも同様に P、Q、R の正方形をかき、面積を調べ、P,Q,R の関係を見つけましょう。



■　表の作成

	P	Q	R
(ア)	4	4	8
(イ)	9	1	10
(ウ)	9	4	13





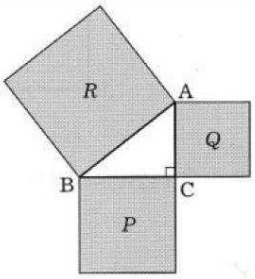
■　表を見て、気づいたこと

AB^2 ＝ Rの面積
AC^2 ＝ Q　〃
BC^2 ＝ R　〃

P＋Q＝R なので

$AC^2 + BC^2 = AB^2$

（斜辺^2＝その他の2辺の2乗の和）

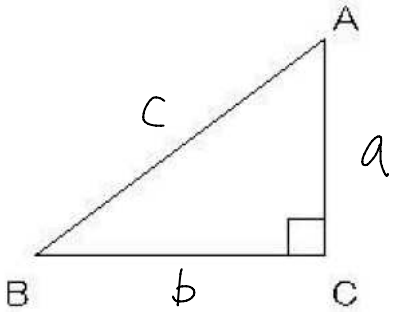


ま と め

■　三平方の定理　について　■

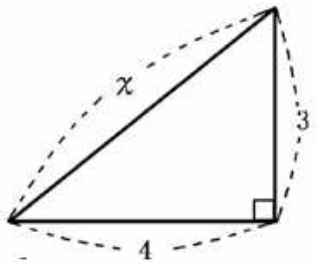
直角三角形の直角をはさむ２辺の長さを a と b 、斜辺の長さを c とすると、次の関係が成り立つ。

$$a^2+b^2=c^2,\quad c=\sqrt{a^2+b^2}$$



～目標達成問題～　ｘの長さを求めなさい。

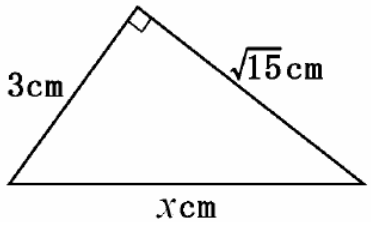
（1）



$x^2=4^2+3^2$
$=16+9$
$=25$

$x=5$ //

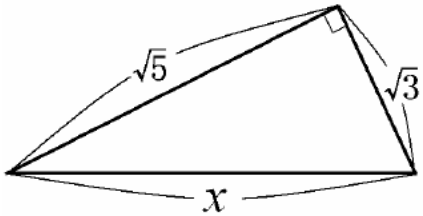
（2）



$x^2=3^2+(\sqrt{15})^2$
$=9+15$
$=24$

$x=\sqrt{24}$
$=2\sqrt{6}$ //

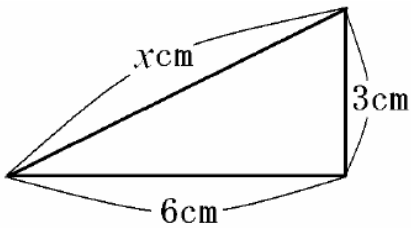
（3）



$x^2=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2$
$=5+3=8$

$x=2\sqrt{2}$ //

（4）



$x^2=6^2+3^2$
$=36+9$
$=45$

$x=\sqrt{45}$
$=3\sqrt{5}$ //

～定理の追究～　３辺の長さがすべて整数になる直角三角形は他にどんなものがあるだろう。

例えば…。（◎は覚えておくと良いです）　ピタゴラス数といいます。

◎ (3, 4, 5)	(13, 84, 85)	(21, 20, 29)	(45, 28, 53)	(65, 72, 97)
◎ (5, 12, 13)	◎ (15, 8, 17)	(27, 36, 45)	(45, 108, 107)	(75, 100, 125)
◎ (7, 24, 25)	(15, 112, 113)	(33, 56, 65)	(51, 140, 149)	(77, 36, 85)
(9, 40, 41)	(17, 144, 145)	(35, 12, 37)	(55, 48, 73)	(91, 60, 109)
(11, 60, 61)	(19, 180, 181)	(39, 80, 89)	(63, 16, 65)	(99, 22, 101)

第7章　三平方の定理②（2点間の距離）

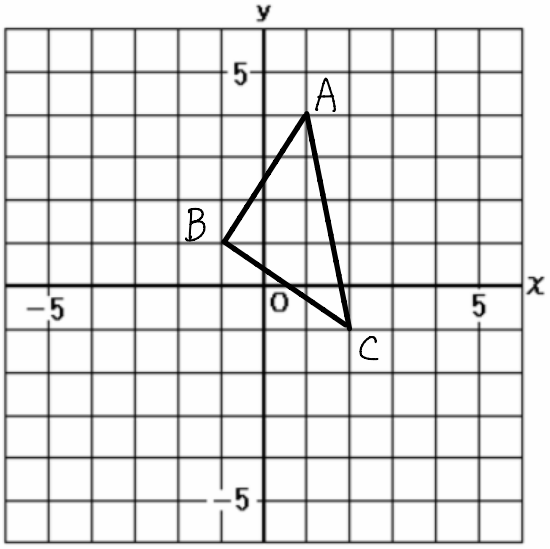
目標　2点間の距離を求め、直角三角形になるかを判断できる

【課題】

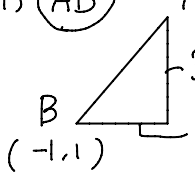
座標平面上の3点　A（1，4）、B（−1，1）、C（2，−1）を頂点とする△ABC をグラフ用紙にかき、以下の問いに答えなさい。

（1）2点間の距離 AB、BC、CA をそれぞれ求めなさい。

（2）△ABC が直角三角形になることを三平方の定理を用いて説明しなさい。



(1) AB　A (1,4)

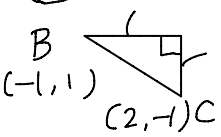


$3=4-1$（y座標の差）

$2=1-(-1)$（x座標の差）

$AB^2=2^2+3^2=13$　　$AB=\sqrt{13}$ //

BC　$3=2-(-1)$

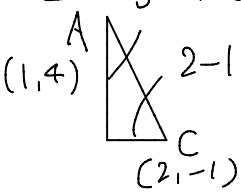


$2=1-(-1)$

$BC^2=3^2+2^2$
$=13$

$BC=\sqrt{13}$ //

CA　$5=4-(-1)$



$2-1=1$

$AC^2=5^2+1^2$
$=26$

$AC=\sqrt{26}$ //

(2) $AB^2+BC^2=13+13$
$=26=AC^2$

となり $\angle B=90°$ の直角二等辺三角形となる。

～発展問題～　グラフをかかずに、次の2点間の距離を求めなさい。

（1）A（−2，3）、B（1，5）

$AB^2=\{1-(-2)\}^2+(5-3)^2$
$=9+4=13$

$AB=\sqrt{13}$ //

（2）A（4，4）B（1，2）

$AB^2=(1-4)^2+(2-4)^2$
$=9+4=13$

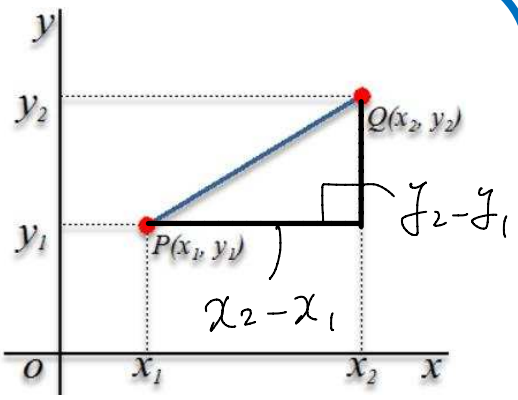
$AB=\sqrt{13}$ //

xの増加量^2
＋yの増加量^2

ま と め

■　２点間の距離　について　■

２点を結ぶ線分を斜辺とし、座標軸に平行な２つの辺をもつ直角三角形をつくり、三平方の定理を利用する。



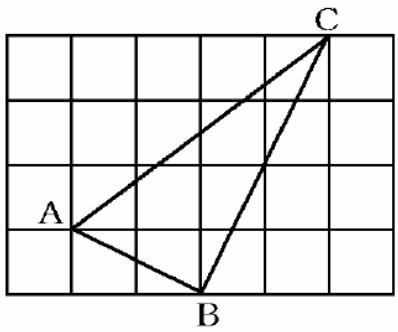
◎PQ の長さを求める式

$PQ^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

$PQ=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

～目標達成問題～

次の△ABC は直角三角形であるか判断しなさい。



$AC^2=3^2+4^2=25$

$AB^2=2^2+1^2=5$

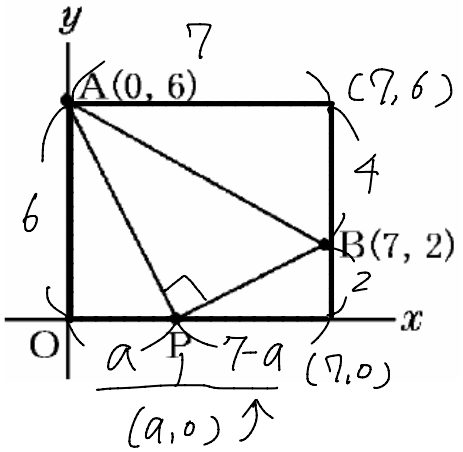
$BC^2=2^2+4^2=20$

以上より　$AC^2=AB^2+BC^2$ となるので

$\angle B=90°$ の直角三角形である。

～発展問題～

右の図のように、ｘ軸上の点Ｐと２点Ａ（０，６）Ｂ（７，２）を結んで△ABP をつくる。このとき、△ABP が∠APB＝９０°の直角三角形となるような天Ｐのｘ座標をすべて求めなさい。
ただし、点Ｐのｘ座標は正とする。（三重県）



Pはx軸上の点なので　(a, 0) とおける。

- 右図のように長方形を作り 3辺の長さを求める。

A, B の座標が決まっているので 図のように長方形の辺の長さが決まる。

- ∠APB = 90° なので $AP^2+PB^2=AB^2$ ← 代入

$AB^2=4^2+7^2=65$

$AP^2=a^2+6^2=a^2+36$

$PB^2=(7-a)^2+2^2$
$=a^2-14a+53$

$(a^2+36)+(a^2-14a+53)=65$

$2a^2-14a+24=0$

$a^2-7a+12=0$

$(a-3)(a-4)=0$

$a=3, 4$

第7章　三平方の定理③（特殊な直角三角形の３辺の比）

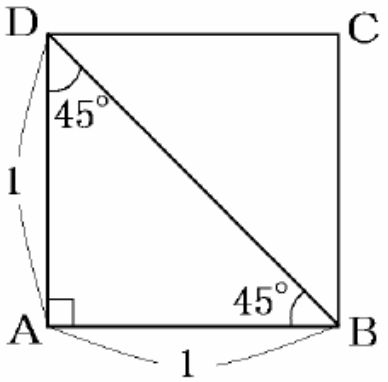
目標　特殊な直角三角形の３辺の比を利用して、長さを求めることができる

【課題】 １辺が１の長さの正方形と１辺が２の長さの正三角形を半分にすると直角三角形がつくられる。問いに答えなさい。

（１）正方形 ABCD で、対角線 DB の長さを求めなさい。

（２）正三角形 ABC で垂線 AM の長さを求めなさい。

（１）



求めるDBの長さを x とすると，

△ADB で三平方の定理より

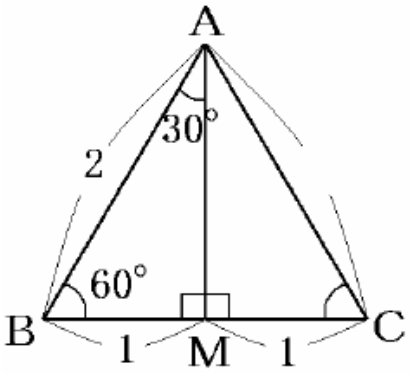
$1^2 + 1^2 = x^2$

$x^2 = 2$

$x = \pm\sqrt{2}$

$DB = \sqrt{2}$ //

（２）



$AM = x$ とすると，

△ABM で三平方の定理より

$BM^2 + AM^2 = AB^2$

$1^2 + x^2 = 2^2$

$x^2 = 4 - 1$

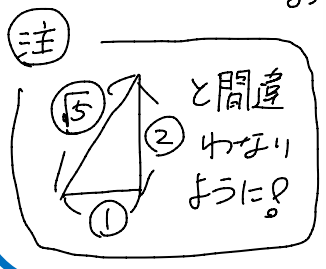
$x = \pm\sqrt{3}$

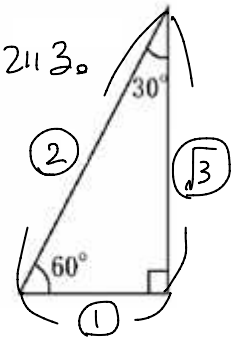
$x = \sqrt{3}$ //

ま　と　め　　■　特殊な直角三角形の辺の比　■

①30°、60°、90°の直角三角形

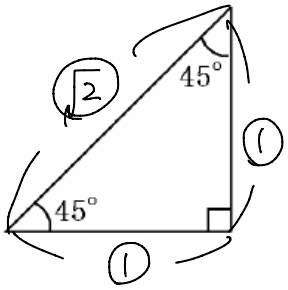
$1:2:\sqrt{3}$ になっている。





②45°、45°、90°の直角三角形

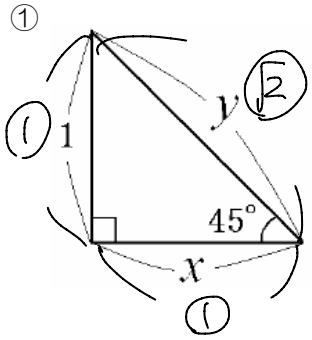
$1:1:\sqrt{2}$ になっている。



～目標達成問題～

（1）次のx、yの長さを求めなさい。

①



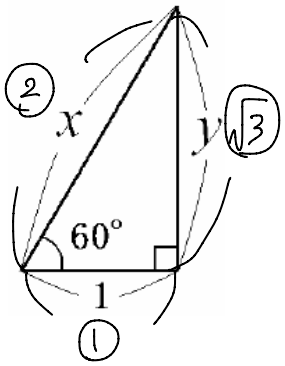
$1:1=\sqrt{2}:y$

$y=\sqrt{2}$

$1:x=1:1$

$x=1$

②



$1:1=2:x$

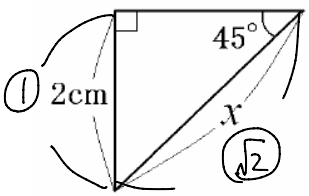
$x=2$

$1:1=\sqrt{3}:y$

$y=\sqrt{3}$

（2）次のx、yの長さを求めなさい。

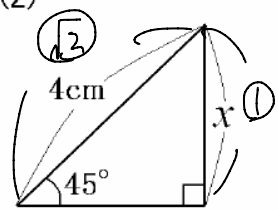
(1)



$1:2=\sqrt{2}:x$

$x=2\sqrt{2}$

(2)

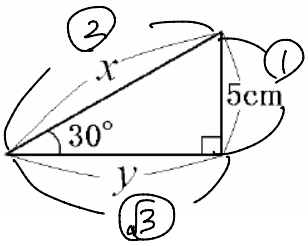


$1:x=\sqrt{2}:4$

$\sqrt{2}x=4$

$x=2\sqrt{2}$

(3)



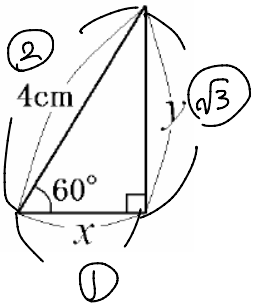
1：2 なので

$x=5\times2=10$ cm

1：$\sqrt{3}$ なので

$y=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ cm

(4)



$x=4\div2=2$

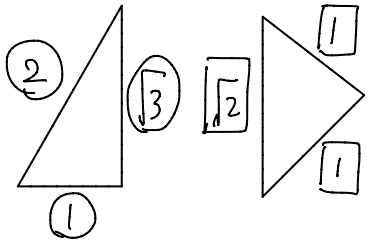
$2:4=\sqrt{3}:y$

$2y=4\sqrt{3}$

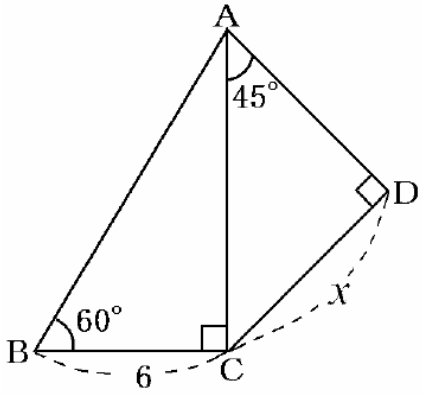
$y=2\sqrt{3}$

～発展問題～　次の x の長さを求めなさい。

（1）



の比なので



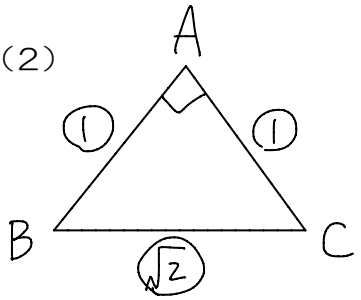
$AC = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$\boxed{\sqrt{2}} : 6\sqrt{3} = \boxed{1} : x$

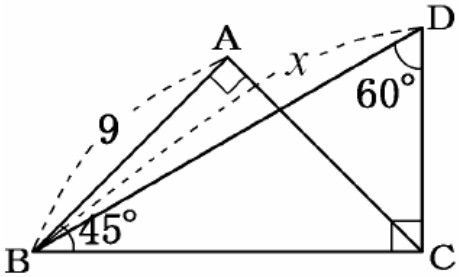
$\sqrt{2}x = 6\sqrt{3}$

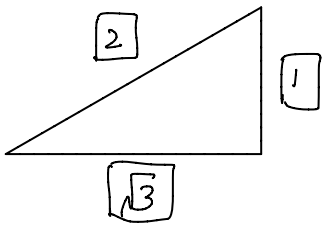
$x = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{6\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{6\sqrt{6}}{2} = 3\sqrt{6}$ //

（2）



より BC = $9\sqrt{2}$





より $\boxed{\sqrt{3}} : 9\sqrt{2} = \boxed{2} : x$

$\sqrt{3}x = 18\sqrt{2}$

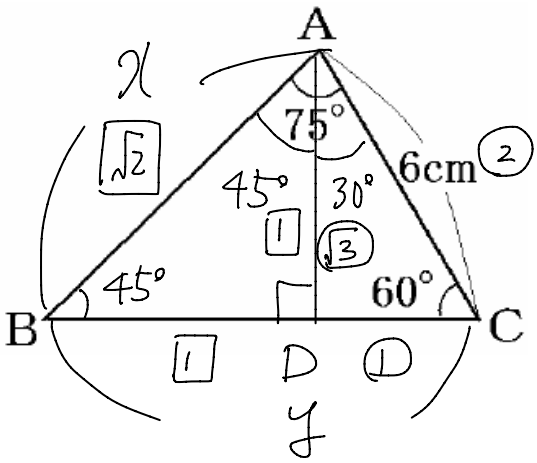
$x = \dfrac{18\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{18\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$

$= \dfrac{18\sqrt{6}}{3}$

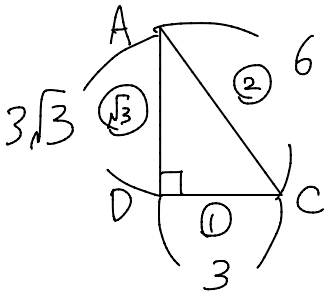
$= 6\sqrt{6}$ //

（3）　ABとBCの長さを求めなさい。【　学び：補助線の使い方　】

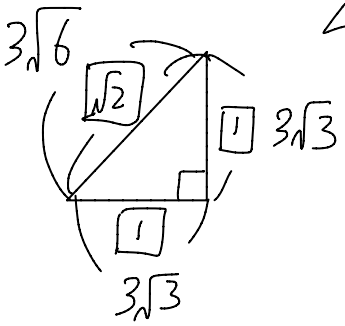
AからBCへの垂線を引き，
BCとの交点をDとすると，
図のように2つの直角三角形
が生まれる。



1 : 2 : √3 より



の長さとなる
ので　のように
全ての長さが
決まる。



よって

$AB = x = 3\sqrt{6}$ cm

$BC = 1 + 1$

$= 3\sqrt{3} + 3$ cm

並び順は
どちらが前でも良い。

Point

- 45°, 45°, 90°
- 30°, 60°, 90°　以外の三角形

が出たら補助線でこれらの
三角形を生み出す。

◎補助線の種類

- 平行線　・垂線

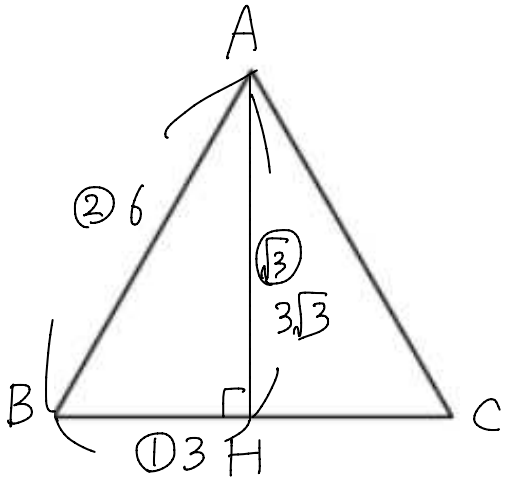
を特に意識しておこう！

第7章　三平方の定理④（面積）

目標　特殊な直角三角形とその高さに着目して、面積を求めることができる

【課題】　次の図形（1）正三角形　（2）正八角形　の面積を求めなさい。

（1）AからBCに垂線を降ろしBCとの交点をHとすると、1：2：$\sqrt{3}$ の直角三角形ができあがるので底辺と高さが求まる。



$BC = BH \times 2 = 3 \times 2 = 6$

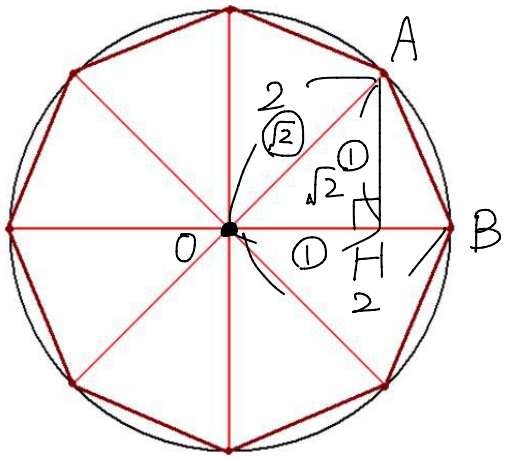
$AH = 3\sqrt{3}$ より

$\triangle ABC = BC \times AH \times \frac{1}{2}$

$= 6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3}$ //

（2）AからOBへ垂線を引き、交点をHとすると、

$\triangle OAB = OB \times AH \times \frac{1}{2}$ で求められ、正八角形は $\triangle OAB \times 8$ 枚で作られていることより



正八角形 $= \triangle OAB \times 8$

$= (OB \times AH \times \frac{1}{2}) \times 8$

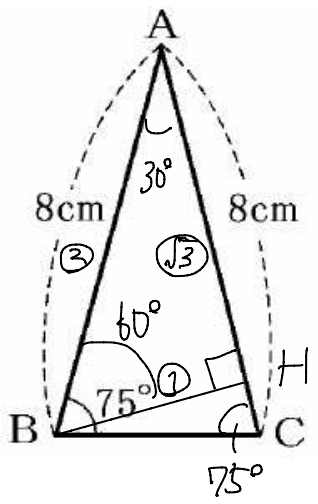
$= (2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2}) \times 8$

$= 8\sqrt{2}$ //

～目標達成問題～　次の図形の面積を求めなさい。

（1）

BからACへの垂線を引きACとの交点をHとすると、△ABHは△ABCがAB＝AC＝8cmの二等辺三角形より底角∠ACB＝75°となり頂角∠BAC＝30°となる。



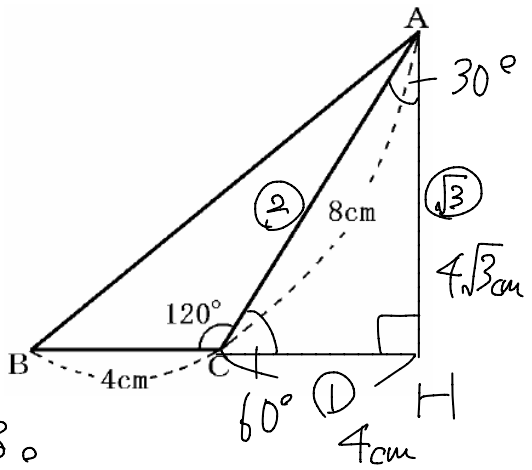
よって△ABHは30°, 60°, 90°になり1：2：√3の比でBHを求められる。

- $\triangle ABC = \underset{(底辺)}{AC} \times \underset{(高さ)}{BH} \times \frac{1}{2}$

$= 8 \times 4 \times \frac{1}{2} = 16\,cm^2$ //

（2）

BCの延長線と頂点Aからの垂線の交点をHとすると、△ACHは30°, 60°, 90°の直角三角形となり、



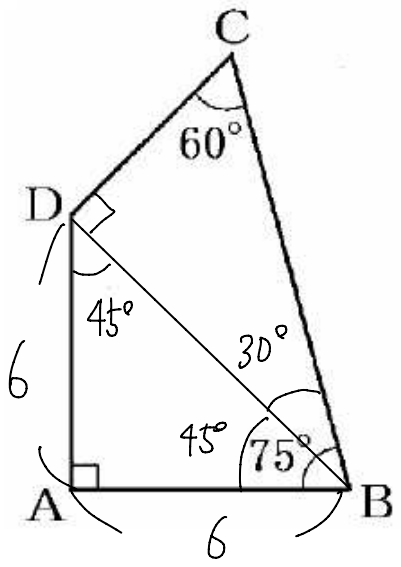
$\triangle ABC = \underset{(底辺)}{BC} \times \underset{(高さ)}{AH} \times \frac{1}{2}$ で求められる。

$= 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2}$

$= 8\sqrt{3}\,cm^2$ //

～発展問題～　次の図形の面積を求めなさい。

（1）AB＝AD＝６ｃｍのとき四角形 ABCD の面積を求めなさい。



□ABCD の内角の和 ＝ 360° なので

$\angle D = 360° - (60° + 90° + 75°)$

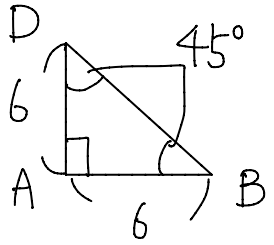
$= 135°$

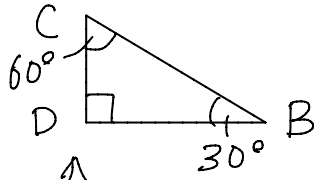
DB を引くと，$\angle DBA = \angle ADB$

$= 45°$

よって $\angle CDB = 135 - 45 = 90°$

$\angle CBD = 180 - 60 - 90 = 30°$ となり

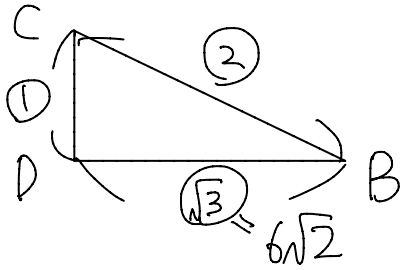




と 三角形が２つに分かれる。

↑DBを求め　こっちでDCを求める流れ。

$DB = AB \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$



$CD : ① = 6\sqrt{2} : \sqrt{3}$

$\sqrt{3}\,CD = 6\sqrt{2}$

$CD = \dfrac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$

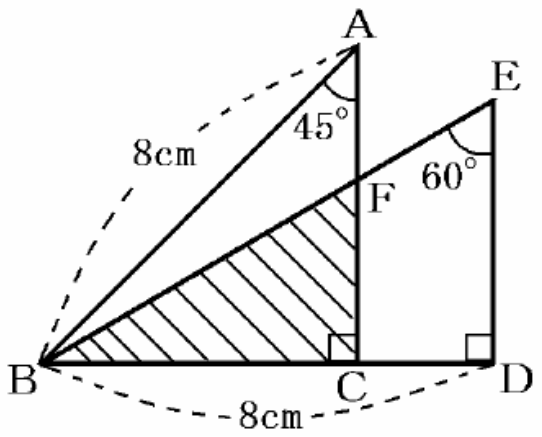
$\triangle ABD = 6 \times 6 \times \frac{1}{2}$

$\triangle CDB = 6\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} \times \frac{1}{2}$

）これを加えると

$18 + 12\sqrt{3}$ cm²

（2）右の図のように、１組の三角定規を重ねたとき、重なり合う部分（斜線部）の面積を求めなさい。



流れ

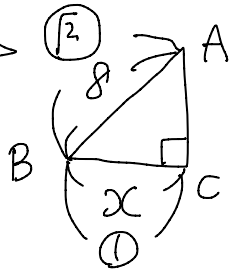
Goal = △FBCの面積

$= BC \times FC \times \frac{1}{2}$

- BCは△ABCの$1:1:\sqrt{2}$から求め、
- FCは△EBDの$1:2:\sqrt{3}$からEDを求め

BD : BC = ED : FC

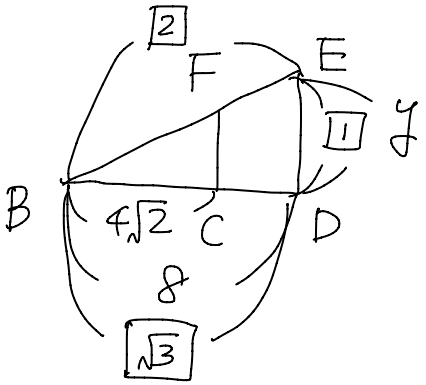
で求める。



$1 : x = \sqrt{2} : 8$

$\sqrt{2}x = 8$

$x = 4\sqrt{2}$



ED = yとすると、

$\boxed{1} : y = \boxed{\sqrt{3}} : 8$

$\sqrt{3}y = 8$

$y = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

BD : BC = ED : FC

$8 : 4\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{3}}{3} : y$

$8y = \frac{32\sqrt{6}}{3}$　$y = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

よって $\triangle FBC = BC \times FC \times \frac{1}{2}$

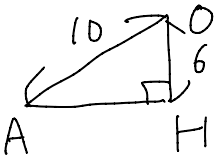
$= 4\sqrt{2} \times \frac{4\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ cm²

第7章　三平方の定理⑤（円の弦、接線の長さ）

目標　接線、半径の長さ・関係に注目して長さを求めることができる。

【課題１】　半径１０ｃｍの円の中心から６ｃｍの距離にある弦 AB の長さを求めなさい。

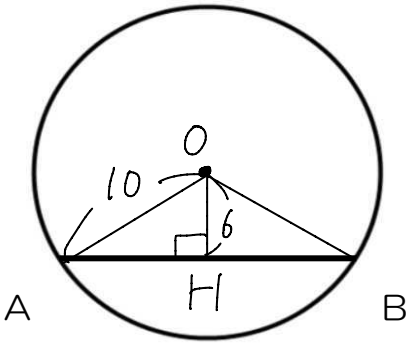
△OAB は OA＝OB の二等辺三角形であり、ABの長さを求めるため Oから ABへの垂線 OH を引くと、



となり $OA^2 = AH^2 + OH^2$

$100 = AH^2 + 36$

$AH = 8$



$AB = AH \times 2$

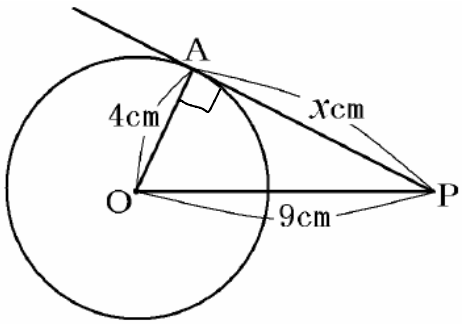
$= 8 \times 2 = 16$ cm

【課題２】点Ｐから円Ｏに接線をひき、接点をＡとする。線分 AP の長さを求めなさい。

半径 ⊥ 接線　なので

∠OAP＝90° となり △OAP で

三平方の定理 を求いることができる。



$OP^2 = OA^2 + AP^2$

$9^2 = 4^2 + x^2$

$x^2 = 81 - 16$

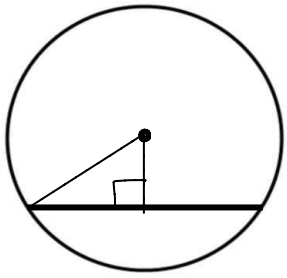
$x = \sqrt{65}$

ま　と　め

■　円の弦、接線の長さ　について

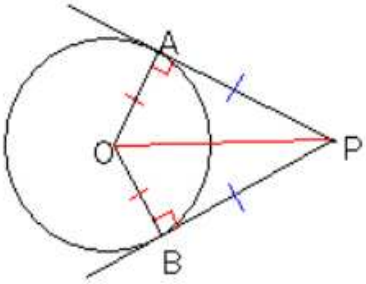
①円の弦について

弦と半径、円の中心から弦に下ろす垂線により、
直角三角形をつくり、三平方の定理を利用して
弦の長さを求める。



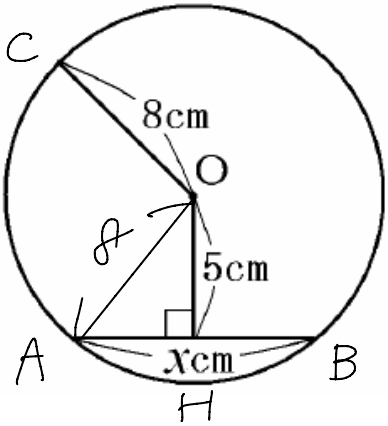
②接線の長さについて

接線と半径は、垂直に交わるので、中心と、
外部の点を結んだ直線と、垂線と半径により、
直角三角形をつくり、三平方の定理を利用して
接線の長さを求める。



～目標達成問題～

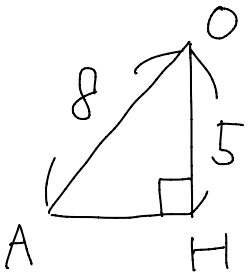
（1）弦の長さｘを求めなさい。



直角三角形を作るため

半径OAをひくと

OA = OC = 8



$AH^2 + OH^2 = OA^2$

$AH^2 + 5^2 = 8^2$

$AH^2 = 39$

$AH = \sqrt{39}$

$AB = AH \times 2 = 2\sqrt{39}$

$AH = \frac{x}{2}$ として解いても良い。

$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 5^2 = 8^2$

$\frac{x^2}{4} = 39$

$x^2 = 156$

$x = 2\sqrt{39}$

（2）円の半径を６ｃｍとする。接線 AB の長さを求めなさい。

$BA^2 + BO^2 = AO^2$

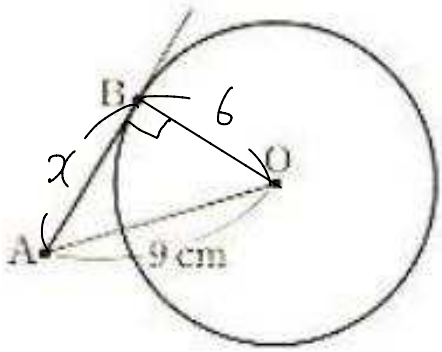
$x^2 + 6^2 = 9^2$

$x^2 + 36 = 81$

$x^2 = 45$

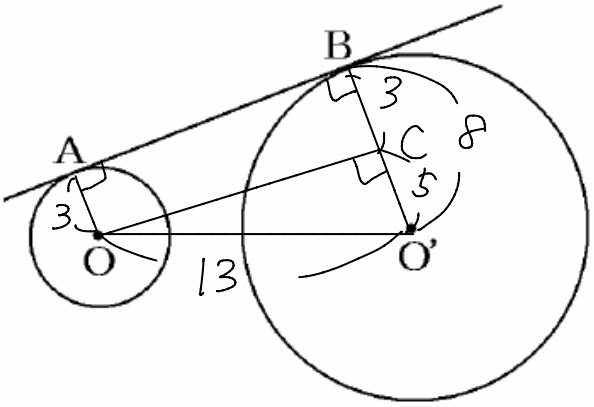
$x = 3\sqrt{5}$

$AB = 3\sqrt{5}$ cm //



～発展問題（共通接線）～

半径３ｃｍの円Ｏと、半径８ｃｍの円Ｏ'があります。OO'間の距離は１３ｃｍである。図のように共通接線をひき、接点を A,B とするとき、線分 AB の長さを求めなさい。



問題文の長さと

ABと平行でOを通る

線分OCをひくと

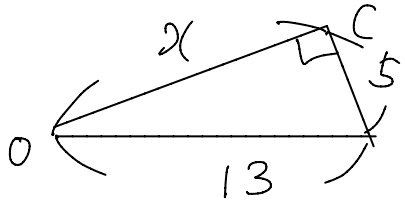
□AOCBは長方形となり

BC＝3となり O'B＝8より

CO'＝5となる。

OO'間＝13cm

なので



$x^2 + 5^2 = 13^2$

$x = 12$

$AB = OC = 12$ cm //

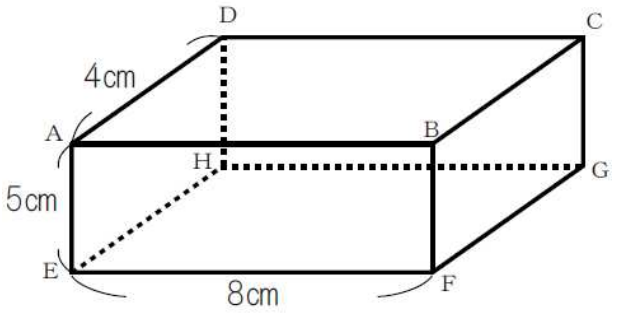
第7章　三平方の定理⑥（空間：対角線、最短距離、高さ）

目標　三平方の定理を利用していろいろな線分の長さを求めることができる

【課題１】 次の直方体について、以下の問いに答えなさい。

（１）線分 EG の長さ　　（２）線分 EC（対角線）の長さ

（３）A から辺 BF 上を通って G へ至る最短距離

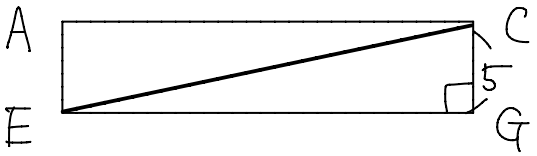


(1) $EG = EF + FG$

$= 8 + 4$

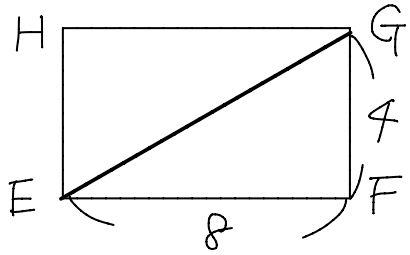
$= 12$ cm

(2)



$EG^2 + CG^2 = EC^2$ で求められる。

EG は



より　$EG = 4\sqrt{5}$

以上から

$(4\sqrt{5})^2 + 5^2 = EC^2$

$80 + 25 = EC^2$

$EC = \sqrt{105}$ cm

Point

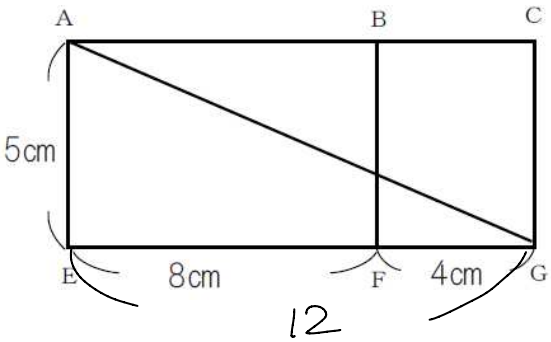
平面で考える

(3) $AG^2 = AE^2 + EG^2$

$= 5^2 + 12^2$

$AG = 13$ cm

（３）ヒント



【課題２】 次の正四角錐 OABCD について、以下の問いに答えなさい。

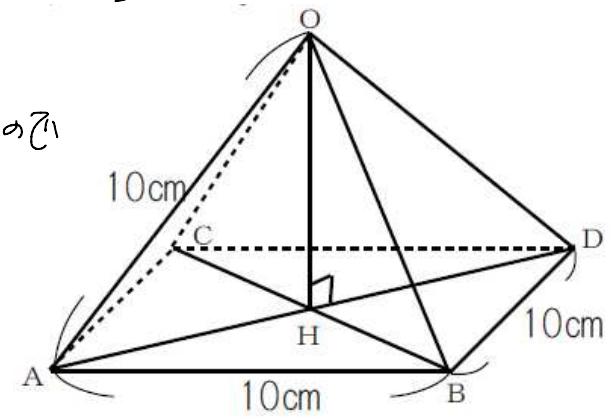
（１）線分 AH を求めなさい。　（２）高さ OH を求めなさい。

（３）体積を求めなさい。

正四角錐なので底面四角形ABCDは正方形である。

対角線は互いの中点で交わるので

$AH = \frac{1}{2}AD$



(1) △ABD より

$AD^2 = AB^2 + BD^2$

$= 10^2 + 10^2 = 200$

$AD = 10\sqrt{2}$

よって $AH = 5\sqrt{2}$ cm

(2) △OAH より

$OA^2 = AH^2 + OH^2$

$100 = (5\sqrt{2})^2 + OH^2$

$OH = 5\sqrt{2}$ cm

(3)

体積 = 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

= □ABCD × OH × $\frac{1}{3}$

$= 10^2 \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{500\sqrt{2}}{3}$ cm^3

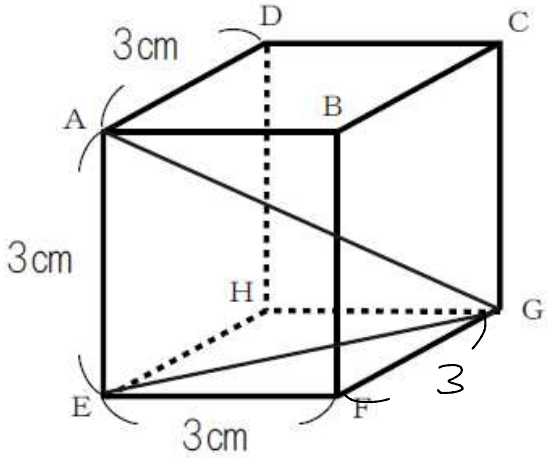
～目標達成問題～

（1）

①線分 EG の長さを求めなさい。

②対角線 AG の長さを求めなさい。

③A から辺 DH 上を通って G へ至る最短距離を求めなさい。



① △EFG で

$EG^2 = EF^2 + FG^2$

$= 3^2 + 3^2 = 3\sqrt{2}$ cm //

1：1：$\sqrt{2}$ で $3 \times \sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

と覚えておけます。

② △AEG で

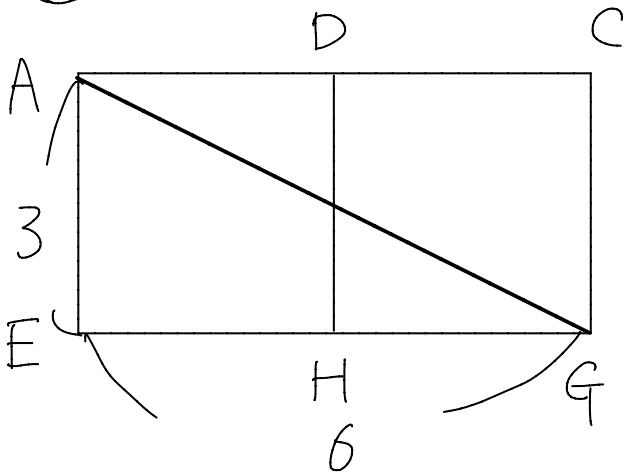
$AG^2 = AE^2 + EG^2$

$= 3^2 + (3\sqrt{2})^2$

$= 9 + 18 = 27$

$AG = 3\sqrt{3}$ cm //

③



$AG^2 = AE^2 + EG^2$

$= 9 + 36 = 45$

$AG = 3\sqrt{5}$ cm //

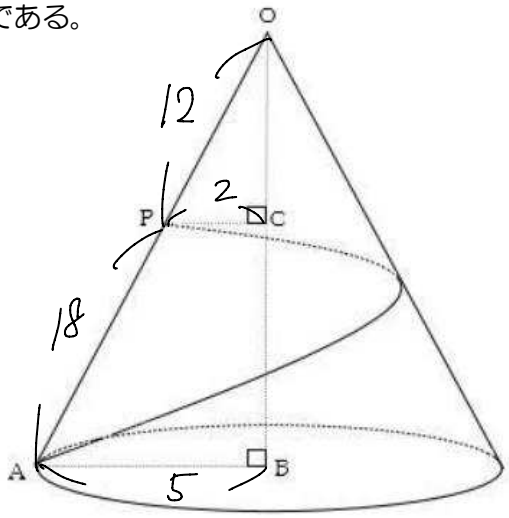
（２）図のように、底面の半径が５ｃｍの円錐がある。
母線 OA 上に P をとり、OP の長さが１２ｃｍで、
P から OB 上に下ろした垂線 PC の長さが２ｃｍである。
次の問いに答えなさい。

①OC の長さを求めなさい。

②AP の長さを求めなさい。

③円錐の表面積を求めなさい。

④A から側面上に回って P までいく
最短距離を求めなさい。



① △OPC で

$OP^2 = OC^2 + PC^2$

$12^2 = OC^2 + 2^2$

$OC^2 = 140$

$OC = 2\sqrt{35}$ cm

② △OAB と △OPC で

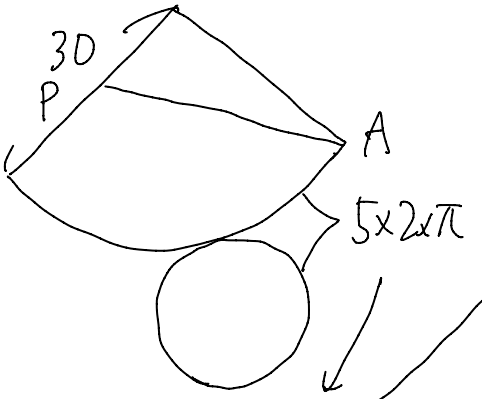
AB : PC = OA : OP

5 : 2 = OA : 12

2OA = 60　　OA = 30

よって AP = OA − OP = 18 cm

③



$30 \times 30 \times \pi \times \dfrac{5 \times 2 \times \pi}{30 \times 2 \times \pi} = 150\pi$ cm²

おうぎ形の元の円の面積

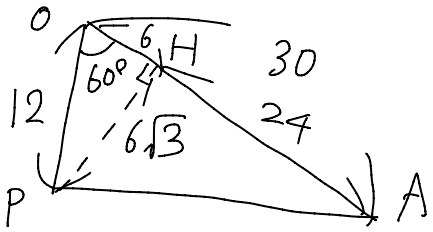
おうぎ形の円周の長さ

たして9なので3の倍数

2|684
2|342
3|171
3|57
19

④ $\dfrac{5 \times 2\pi}{30 \times 2\pi} \times 360 = 60°$

これはおうぎ形の中心角



PからOAへの垂線を用いると

$HP = 6\sqrt{3}$ と $HA = 24$ より

$PA^2 = HP^2 + HA^2$

$= 108 + 576 = 684$

$PA = 6\sqrt{19}$ cm

第7章　三平方の定理①（基本のまとめ）

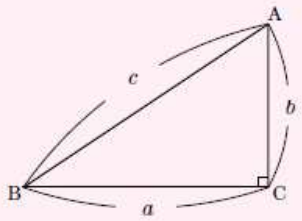
■　三平方の定理について

1 三平方の定理（ピタゴラスの定理）

直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a，b とし，斜辺の長さを c とすると

$$a^2+b^2=c^2$$

が成り立つ。これを三平方の定理（ピタゴラスの定理）という。



2 直角三角形の辺の長さ

直角三角形の 2 辺の長さがわかれば，残りの辺の長さは，三平方の定理を利用して求めることができる。直角をはさむ 2 辺の長さを a，b とし，斜辺の長さを c とすると

・a，b が与えられたとき　　$c=\sqrt{a^2+b^2}$

・b，c が与えられたとき　　$a=\sqrt{c^2-b^2}$

3 三平方の定理の逆

三角形の 3 辺の長さ a，b，c の間に

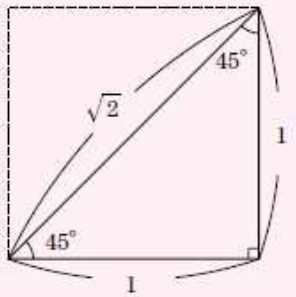
$$a^2+b^2=c^2$$

の関係が成り立つとき，この三角形は長さ c の辺を斜辺とする直角三角形である。

■　よく問われる特別な直角三角形の比について

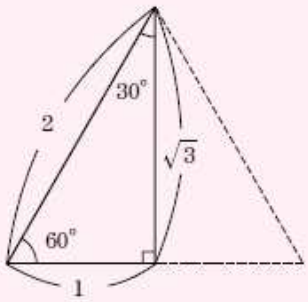
1 特別な直角三角形

① 直角二等辺三角形



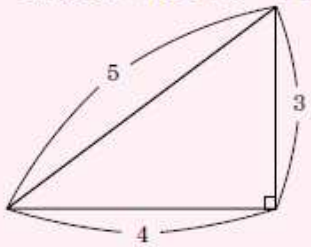
$1:1:\sqrt{2}$

② 30°，60°，90°の直角三角形

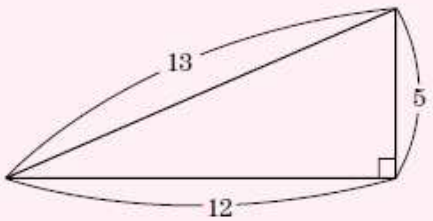


$1:\sqrt{3}:2$

③ 整数比の辺をもつ直角三角形



$3:4:5$



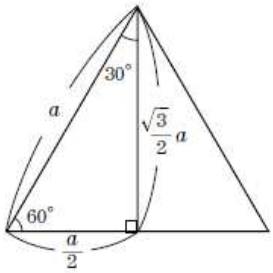
$5:12:13$

◇　正三角形の面積について

②の30°，60°，90°の角をもつ直角三角形は，正三角形を１つの中線で切り分けたときにできる図形です。したがって，１辺の長さがaの正三角形の高さは$\frac{\sqrt{3}}{2}a$であることがこの辺の比からわかるので，その面積は

$$\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ より } \quad \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

で表されます。



※公式は、自分で作れるようにしておけば覚える必要がありません。
　何度も使っていると自然と覚えてしまうものです。

■　いろいろな線分の長さ

1 長方形の対角線の長さ

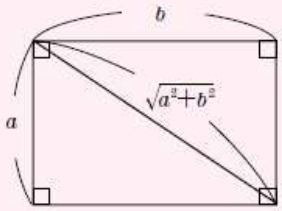
縦の長さがa，横の長さがbの長方形の対角線の長さは

$$\sqrt{a^2+b^2}$$

で求められる。とくに，１辺の長さがaの正方形の対角線の長さは

$$\sqrt{2}\,a$$

である。

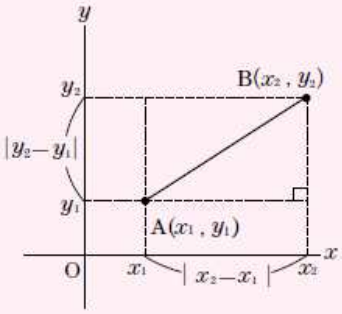


2 座標平面上の２点間の距離

座標平面上の２点$A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$を結ぶ線分ABの長さは

$$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

で求められる。



～おわりに～

　思考力を要する問題（発展問題）は、基本の組み合わせで解ける問題と、見方や考え方を知っておくと、格段と解きやすい問題と２段階に分かれます。いろいろな解き方を知ることが自分の武器となります。余裕があるときは、仲間や先生の考え方を聞いたり、難問に挑戦してみると良いです。

　例えば、数学の学習のＣ問題を１年生の物から解き直すのも良いでしょう。受験は、いくつかの能力が問われます。正確性、瞬発力、思考力　です。素早く解く練習は、「速く正確に」を意識すると良いでしょう。考えて解く練習は、じっくり考える時間を設けて、１問に没頭することが大事です。

　文章題で、読み解く力をつけたいなら、式まで書いて、答え合わせ！という勉強方法もあります。残り時間は全受験生に平等にあります。目的を明確にして力をつけていきましょう。

数学は、人生で目標を決めたとき　どう歩むかを決める自己ﾌﾟﾛﾃﾞｭｰｽ能力を磨く教科